

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2002/2003

April 2003

ZCT 210/4 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua ENAM soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) (i) Diberi $y' + 3x^2 y = 3x^2 \exp(-x^3)$ (1)

Terbitkan penyelesaian am bagi persamaan (1) dengan kaedah perubahan parameter.

(40/100)

(ii) Jika penyelesaian am (1) melalui titik ($x = 0$, $y = 3$), terbitkan penyelesaian khusus bagi (1).

(10/100)

(b) Diberi masalah nilai awal

$$y' + \frac{1}{x^2} y = 2 \exp\left(\frac{1}{x}\right) \quad (2)$$

$$x = 1, y = e \quad (3)$$

...2/-

(i) Terbitkan penyelesaian am bagi persamaan (2). (40/100)

(ii) Terbitkan penyelesaian khusus bagi (2) dengan syarat (3). (10/100)

2. (a) Terbitkan penyelesaian am bagi persamaan

$$y'' + \frac{5}{x} y' + \frac{3}{x^2} y = 4x \quad (50/100)$$

(b) Terbitkan penyelesaian am bagi persamaan

$$y'' - 3y' - 4y = 2e^{2x} \cos x$$

dengan kaedah koefisien tak ditentukan.

(50/100)

3. Diberi persamaan

$$x(x+1)y'' + \left(x + \frac{1}{2}\right)y' + y = 0 \quad (4)$$

Cari penyelesaian am bagi (4) di sekitar titik $x = 0$ dengan kaedah Frobenius.

(100/100)

4. Diberi nombor kompleks $P = 6 - 5i$.

- (a) Lakarkan P di dalam satah kompleks (4/100)
- (b) Ubahkan P kepada bentuk $P = r e^{i\theta}$. (20/100)
- (c) Terbitkan punca-punca yang berlainan bagi $P^{1/4}$. (40/100)
- (d) Lakarkan punca-punca ini di dalam satah kompleks. (16/100)
- (e) Nilaikan P^i (20/100)

5. Diberi $f(z) = 5z + 2i$

- (a) Nilaikan $\int_4^{4i} f(z) dz$ dengan kamiran biasa. (20/100)

...3/-

- (b) Nilaikan $\int_4^{4i} f(z) dz$ mengikut lintasan C_1 (rujuk kepada Rajah 1).

(35/100)

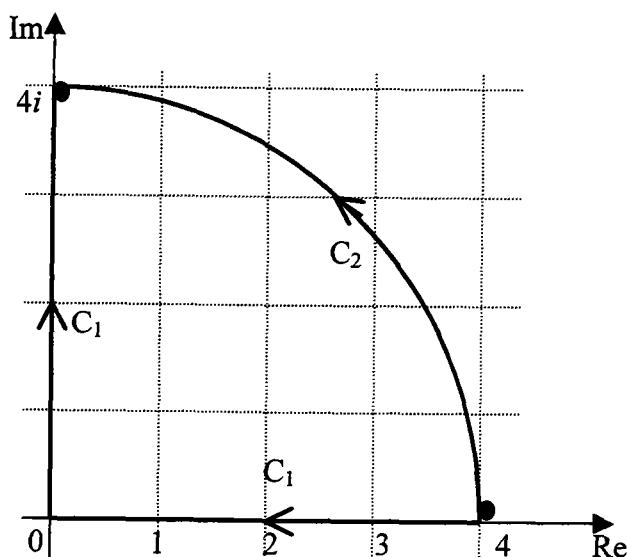
- (c) Nilaikan $\int_4^{4i} f(z) dz$ mengikut lintasan C_2 (rujuk kepada Rajah 1).

[Nota: lintasan C_2 ialah satu suku bulatan yang berpusat pada titik $z = 0$ dan berjajari 4].

(35/100)

- (d) Bandingkan jawapan-jawapan anda dalam bahagian (a), (b) dan (c).

(10/100)



Rajah 1

6. Diberi $g(z) = \frac{1}{z^3 - 8}$

- (a) Cari titik-titik singular (kutub) bagi $g(z)$. (30/100)
- (b) Lakarkan kutub-kutub ini di dalam satah kompleks. (15/100)
- (c) Cari reja bagi setiap kutub ini. (15/100)
- (d) Nilaikan kamiran $I = \int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz$ dengan teorem reja. (40/100)